

Pietro Li Causi – Erasmo Modica

*I problemi del mucchio di Alcuino di York:
resoconto di un progetto didattico interdisciplinare**

Abstract

Il presente contributo rende conto di un'Unità di Apprendimento su Alcuino di York svolta nella classe II sez. D del Liceo Scientifico "S. Cannizzaro" di Palermo. L'attività ha interessato il secondo periodo dell'a. s. 2018-19, da gennaio a maggio, coinvolgendo principalmente i docenti di Matematica e Latino, e si è conclusa con la pubblicazione su una pagina web auto-prodotta della traduzione cooperativa (in italiano, e in linguaggio algebrico) di un gruppo scelto di problemi tratti dalle *Propositiones ad acuendos juvenes*.

The paper describes a teaching activity of group translation completed by a high school class of the Liceo Scientifico "S. Cannizzaro" (Palermo) in school year 2018-19. After reading a group of mathematical problems collected by Alcuin of York (735 – 804 AD), the students have been required to turn their translations into algebraic formulas. At the end of the educational path, the whole activity has been documented on a website created by the students themselves.

1. Genesi e descrizione sintetica del progetto

Il presente contributo rende conto di un'Unità di Apprendimento (da ora in poi, UdA) su Alcuino di York svolta nella classe II sez. D del Liceo Scientifico "S. Cannizzaro" di Palermo.

L'UdA ha interessato il secondo periodo dell'a. s. 2018-19, da gennaio a maggio, coinvolgendo principalmente i proff. Erasmo Modica e Pietro Li Causi, coordinatori del progetto e docenti rispettivamente di Matematica e Latino, cui si sono affiancati in seguito la docente di Geostoria, la prof. Francesca Armato, e il docente di Storia dell'Arte, il prof. Umberto Luparelli, che hanno realizzato attività didattiche *ad hoc* sul quadro storico-culturale e sull'arte di età carolingia¹.

* Un ringraziamento particolare va a Marilina Ajello: l'idea di un percorso interdisciplinare su Alcuino di York è sua. Se non è stata realizzata prima è solo perché nei Consigli di Classe della scuola dove ha insegnato (il Liceo "S. Cannizzaro") non si sono mai create le combinazioni giuste. Solo il caso ha voluto che il progetto si realizzasse qualche anno dopo il pensionamento di Marilina, quando si sono finalmente incontrati un insegnante di Latino e un insegnante di Matematica disposti a portare avanti il suo progetto. Questo articolo, dunque, non può che essere dedicato a lei. Quanto alla distribuzione dei paragrafi, pur condividendo in tutto e per tutto le scelte autoriali, precisiamo che i §§ 1, 3, 4, 5.1 e 6 sono stati scritti da Pietro Li Causi, mentre Erasmo Modica è autore dei §§ 2 e 5.2. Il § 5.3 è stato scritto a quattro mani.

¹ È possibile prendere visione diretta dell'UdA in questione al seguente *link*: <http://bit.ly/udalcuino>.

I lavori principali realizzati dagli alunni nell'ambito dell'UdA sono stati le traduzioni cooperative in italiano e nel linguaggio formale dell'algebra moderna dei problemi 2; 3; 4; 7; 36; 37; 40; 44; 45; 48 tratti dalle *Propositiones ad acuendos juvenes* di Alcuino, e una pagina *web* che ha reso conto di quanto svolto.

Quanto alla sua genesi, è forse opportuno ricordare che l'UdA è stata pensata per ottemperare all'obbligo, imposto dal D. M. 139 del 22 agosto 2007 e dal D. L. 62 del 13 aprile 2017, di strutturare percorsi per lo sviluppo delle competenze di cittadinanza, che concorrono anche alla valutazione del comportamento². In particolare, l'idea che ha guidato la progettazione è stata quella di utilizzare le materie oggetto di insegnamento e le singole attività cooperative previste all'interno della programmazione curricolare come palestra per avviare gli studenti non solo all'interdisciplinarietà ma anche, in maniera diretta, alla cittadinanza attiva e, di conseguenza, allo sviluppo di tutto quell'asse trasversale di abilità e competenze indicate dal MIUR in proposito; il tutto, nella ferma convinzione che ad essere "cittadini", nel senso più nobile del termine, si può imparare *non soltanto* per mezzo dell'esposizione di una serie di prescrizioni, o studiando – come è giusto e doveroso che sia – l'educazione civica, ma *anche* mettendo in pratica semplici comportamenti che abituino al lavoro cooperativo, alla tolleranza all'interno di un gruppo di pari, al supporto e al rispetto reciproci e, soprattutto, alla capacità di risolvere collettivamente problemi complessi contando sui contributi dei diversi membri di una comunità ermeneutica composta da docenti e discenti, e sviluppando, possibilmente, forme di comprensione "verticale" della complessità³.

2. Brevi notizie su Alcuino e sulle *Propositiones ad acuendos juvenes*

Alcuino è stato uno dei principali esponenti della cosiddetta "Rinascita Carolingia".

² In riferimento a tali competenze, cf. l'Allegato 2 del detto D. M. scaricabile al seguente indirizzo: <http://bit.ly/dm1392007>.

³ Secondo molti, uno dei difetti della rete e delle *Digital Humanities* (*DH*, da ora in poi) in generale sarebbe quello di favorire forme di analisi che si dispongono in maniera "orizzontale", laddove invece i saperi tradizionali svilupperebbero forme di profondità "verticale", appunto, che favoriscono lo sviluppo della riflessività. Sulla possibilità di sviluppare forme di 'verticalità' anche a partire da strumenti digitali si vedano le riflessioni di RONCAGLIA (2018). Si vedano comunque anche le riflessioni di MORETTI (2013) sul *distant reading* (ovvero la 'lettura quantitativa') che è possibile mettere in pratica a partire dall'uso delle *DH*, e che permetterebbe di raccogliere e valutare masse di dati che il *close reading* (ovvero la analisi approfondita) non permette di processare. Su questo punto, si vedano comunque le riflessioni per certi versi apocalittiche di ALLINGTON – BROUILLETTE – GOLUMBIA (2016). Sull'idea della classe come "comunità ermeneutica" atta a produrre interpretazioni autonome dei testi letti in comune, cf. invece LUPERINI (1998).

Nato a York tra il 730 e il 735, ottenne nel 767 la direzione della scuola della cattedrale della sua città, promuovendo l'insegnamento delle arti liberali e dedicandosi alla stesura di testi *ad hoc* per l'attività didattica.

Il 781 fu l'anno chiave della sua vita. Dopo aver incontrato a Parma Carlomagno, questi lo invitò a trasferirsi ad Aquisgrana per rivedere il sistema di istruzione francese⁴. Qui diresse la scuola del palazzo, dove venivano educati i figli del re e dei nobili di corte, destinati a diventare la futura classe dirigente del Sacro Romano Impero d'Occidente.

Il programma messo in atto da Alcuino era di fatto ispirato ai metodi già sperimentati a York: si cominciava con i primi rudimenti di lettura e scrittura e si proseguiva con lo studio della grammatica e della retorica, concludendo con l'aritmetica, la geometria, la musica e l'astronomia (ovvero, le arti del quadrivio).

Le *Propositiones ad acuendos juvenes* sono concepite come strumento da utilizzare nell'ambito dell'attività didattica della *Schola palatina* e rappresentano la più antica collezione di problemi matematici in latino attualmente conosciuta.

I 53 testi che compongono la raccolta – tutti dotati di una soluzione finale – sono riconducibili al genere della cosiddetta “matematica ricreativa”, caratterizzata da scherzi, giochi, indovinelli, paradossi. Nello specifico, i problemi ideati da Alcuino sono divisibili nei seguenti gruppi:

- 1) problemi di aritmetica elementare (1; 8; 13; 41; 46; 49; 50), risolvibili in genere con semplici operazioni, come moltiplicazioni o divisioni, da eseguire con l'ausilio dell'abaco;
- 2) problemi del mucchio (2; 3; 4; 7; 36; 37; 40; 44; 45; 48): si tratta di quesiti da risolvere con il metodo della falsa posizione (per cui cf. *infra*, § 3). Vengono detti anche “problemi di saluto” perché spesso i testi hanno inizio con un personaggio che incontra e saluta altri personaggi poco prima di porre loro i quesiti da risolvere;
- 3) un problema di dare e avere, il 16, che prevede l'introduzione di due personaggi che si pongono un quesito secondo la seguente formula: “se io ricevo a da te, io avrò b volte quello che hai tu”, e l'altro risponde “se io ricevo c volte quello che hai tu, io avrò d volte quello che hai tu”;
- 4) problemi dei “cento uccelli” (5; 38; 39): si tratta di quesiti che prevedono l'applicazione di equazioni lineari (ad esempio, $ax+by+cz=h$). In genere, viene chiesto di acquistare 100 animali di tre specie diverse con una quantità di 100

⁴ Cf. BOYER (1990, 291).

- denari. La denominazione della tipologia deriva dal fatto che i primi esempi, comparsi nella tradizione matematica cinese, prevedevano l'acquisto di uccelli;
- 5) un problema “di inseguimento”, il 26, in cui si espone una situazione nella quale un animale insegue un altro e si deve calcolare il tempo che impiegherà per raggiungerlo;
 - 6) un problema di testamento, il 35, in cui si interroga il lettore sulle parti spettanti agli eredi a seguito della morte di un padre di famiglia;
 - 7) un paradosso, presentato nel problema 6, in cui si invita lo studente a spiegare come sia possibile acquistare e vendere allo stesso prezzo una stessa quantità di merce (100 porci) guadagnandoci;
 - 8) problemi di suddivisioni di liquidi e ampolle (12; 15): sono quesiti in cui si richiede di suddividere diverse quantità di liquido fra più persone;
 - 9) problemi la cui risoluzione non richiede strumenti matematici; a loro volta suddivisibili in tre gruppi: in un primo gruppo (11; 11A; 11B) bisogna risolvere intricati gradi di parentela; in un secondo (14; 15) si risolvono semplici indovinelli; il terzo gruppo (17-20) comprende i cosiddetti “problemi di attraversamento”⁵;
 - 10) problemi di geometria (9; 10; 21-25; 28-31): riguardano tutti il versante pratico di questa disciplina, e richiedono il calcolo di figure piane assai semplici⁶.

Il gruppo di testi che abbiamo scelto di fare tradurre ai nostri studenti è stato il secondo, relativo ai problemi del mucchio.

3. Fase preparatoria del progetto: l'exkursus storico sulle fasi dell'algebra e la spiegazione del metodo della falsa posizione

Per far sì che gli studenti potessero comprendere al meglio l'opera di Alcuino, il docente di Matematica, in una lezione preliminare di due ore con l'ausilio di un *power*

⁵ Per quest'ultima tipologia cf. ad es. il problema 17: *Tres fratres erant, qui singulas sorores habebant et fluvium transire debebant. Erat enim unicuique illorum concupiscentia in sorore proximi sui. Qui venientes ad fluvium non invenerunt nisi parvulam naviculam, in qua non poterant amplius nisi duo ex illis transire. Dicat, qui potest, qualiter, fluvium transierunt, ut ne una quidem earum ex ipsis maculata sit* (“C'erano tre fratelli che avevano ciascuno una sorella e dovevano attraversare un fiume. Ciascuno di essi desiderava la sorella degli altri. Arrivati ad un fiume non trovarono altro che una piccola barca che poteva trasportare solo due di essi. Dica chi può in che modo attraversarono il fiume, in modo che nessuna di esse fosse oltraggiata”). La trad. it. è di FRANCI (2005, 53).

⁶ Per eventuali approfondimenti sulle diverse tipologie di problemi, e, più in generale, per una introduzione generale all'opera di Alcuino, cf. FRANCI (2005, 7 ss.).

*point*⁷, ha posto l'attenzione su come lo sviluppo dell'algebra sia stato molto più lento rispetto a quello della geometria, in quanto i risvolti di natura pratica di quest'ultima hanno reso indispensabile per i popoli antichi un suo studio più sistematico. A tal proposito, ha fatto notare che, secondo Erodoto, la geometria egiziana è nata in seguito alla necessità di ridisegnare i confini dei campi che lo straripamento annuale del Nilo cancellava⁸. Ha inoltre sottolineato come la causa del ritardo sia imputabile anche alla lenta costruzione di un linguaggio simbolico che consentisse di esprimere agevolmente i concetti algebrici.

In questa prima sezione dell'UdA, è stata presentata la classificazione proposta nel 1842 dallo studioso G. H. Nesselman⁹, secondo il quale l'algebra ha attraversato le seguenti fasi:

1. fase retorica (anteriore a *Diofanto di Alessandria*, 250 d.C.), nella quale si utilizzava esclusivamente il linguaggio naturale e quindi i testi di algebra si presentano nella stessa forma dei brani di prosa letteraria, cioè privi di simboli;
2. fase sincopata (da *Diofanto* alla fine del XVI secolo), nella quale vengono introdotte delle abbreviazioni per le incognite, ma continuava a prevalere il linguaggio naturale per la descrizione dei calcoli;
3. fase simbolica (introdotta da *Viète*), nella quale il linguaggio è ridotto a pochi segni essenziali e si utilizza il linguaggio simbolico per la risoluzione delle equazioni e per dimostrare regole di validità generale.

La suddetta classificazione delle fasi ha quindi consentito di dedurre che Babilonesi, Egiziani, Greci (600-200 a.C.) e Cinesi (300 a.C.-300 d.C.) si servissero solo del linguaggio naturale per i loro calcoli algebrici; mentre, come riportato dallo storico Kline, l'introduzione di un vero e proprio simbolismo nell'algebra si deve a Diofanto (250 d.C.)¹⁰.

Presentata la simbologia diofantea, il docente ha richiamato l'attenzione degli studenti sulla difficoltà odierna di operare con simboli molto lontani dalla nostra esperienza scolastica, avviando una riflessione sui simboli utilizzati per le operazioni di base, e mostrando, ad esempio, che l'addizione si otteneva semplicemente accostando due simboli, mentre per la sottrazione veniva utilizzato il simbolo $/\backslash$ e per l'uguaglianza

⁷ Il file è contenuto nella sezione dedicata alla classe II D del sito www.competenzamatematica.it, ed è scaricabile al seguente link: <http://bit.ly/algebraevoluzione>.

⁸ Cf. Hdt. 3, 109, 3 e KLINE (1991, 26 ss.).

⁹ Cf. D'AMORE – SBARAGLI (2018, 47).

¹⁰ Cf. KLINE (1991, 163).

il simbolo ι° . Non venivano utilizzati simboli per rappresentare la moltiplicazione e la divisione.

Terminate le lezioni iniziali di storia della matematica, il docente di Latino ha quindi svolto, con l'ausilio di un *power point* auto-prodotto, una breve presentazione frontale su Alcuino di York e sull'importanza delle *Propositiones ad acuendos juvenes* nel quadro della Rinascita carolingia¹¹. Quindi, ha fatto leggere, in classe, la *propositio* 2, scelta come testo di apertura, in lingua originale:

Propositio de viro ambulante in via

Quidam vir ambulans per viam vidit sibi alios homines obviantes et dixit eis: Volebam, ut fuissetis alii tantum, quanti estis, et medietas medietatis, et rursus de medietate medietas; tunc una mecum C fuissetis. Dicat, qui vult, quot fuerint, qui in primis ab illo visi sunt.

Solutio

Qui imprimis ab illo visi sunt, fuerunt XXXVI. Alii tantum fiunt LXXII, medietas medietatis sunt XVIII et huius numeri medietas sunt VIII. Dic ergo sic: LXXII et XVII fiunt XC. Adde VIII, fiunt XCVIII. Adde loquentem, et habebis C.

Problema su un uomo che camminava per strada

Un tale vide, camminando per la strada, altri uomini che si avvicinavano a lui, e disse loro: “avrei voluto che voi foste tanti quanti siete adesso più la metà della metà, più ancora metà della metà; allora insieme a me sareste stati 100”. Dica, chi vuole, quanti uomini vide inizialmente quel tale.

Soluzione:

Gli uomini che quel tale vide all'inizio erano 36, il cui doppio è 72. La metà della metà di 72 è 18, e la metà di 18 è 9. In conclusione: 72 e 18 fanno 90. Aggiungi 9 e fa 99. Aggiungi il tale che parla e avrai 100¹².

Al termine della lettura, gli studenti sono stati invitati a proporre, a gara, le proprie traduzioni. Lo studente che ha fornito nel tempo più breve un testo privo di

¹¹ Il file è contenuto nella sezione dedicata alla classe II D del sito <https://pietrolicausiscuola.wordpress.com>, ed è scaricabile al seguente link: <http://bit.ly/pptalcuino>.

¹² Trad. it. degli studenti della II D, ora pubblicata in <https://sites.google.com/cannizzaro.gov.it/alcuinodiyork/alcuino-e-le-propositiones/propositio-2>. Il testo latino è tratto da FRANCI (2005, *ad l.*).

errori di grammatica (che però non era privo di qualche imperfezione stilistica) è stato premiato con un 8 sul registro elettronico¹³.

Il docente di Matematica ha quindi dedicato, successivamente, una delle sue ore curriculari alla spiegazione del metodo della semplice falsa posizione. In particolare, al fine preparare gli studenti alla corretta interpretazione delle soluzioni dei problemi presenti nell'opera di Alcuino, ha riportato alcuni esempi su come, durante il Medioevo, venissero risolte le equazioni; ovvero, ha presentato il metodo della semplice falsa posizione (*regula falsorum*), di origine egiziana e cinese.

Si è mostrato come la risoluzione delle equazioni di primo grado con il metodo della semplice falsa posizione consistesse nell'attribuire all'incognita un valore casuale, nell'effettuare i calcoli e nell'arrivare al risultato corretto utilizzando il concetto di proporzionalità diretta. Le prime tracce di questo metodo si possono rinvenire nel papiro Rhind, in cui viene applicato per la risoluzione di problemi del tipo $x+(1/n)x=b$ con n e b numeri interi positivi e x appartenente all'insieme E dei numeri utilizzati dagli Egiziani, formato da tutti i numeri naturali non nulli, dalla frazione $2/3$ e dalle frazioni del tipo $1/n$.

Utilizzando come esempio il problema 24 del papiro Rhind, che chiede quale sia il valore del mucchio se il mucchio e un settimo del mucchio sono uguali a 19, si è discussa in classe la traduzione nel linguaggio simbolico attuale¹⁴:

$$x+(1/7)x=19$$

Si è quindi affrontata la seguente strategia risolutiva adoperata dagli Egiziani:

- si sceglie il 7 come falsa posizione, quindi si ottiene che $7+(7/7)=7+1=8$;
- si divide 19 per 8 e il risultato viene moltiplicato per 7, cioè $19:8=x:7$;
- il risultato sarà quindi $x=16+1/2+1/8$.

Una volta spiegato questo procedimento, il docente di Matematica ha quindi proposto agli alunni di riprendere la *propositio* 2, precedentemente tradotta dal Latino in Italiano con il docente di Latino, e ha chiesto loro di elaborare una versione algebrica della *solutio*. La schermata del sito allegata qui di seguito (Fig. 1) rende conto di quanto realizzato in tal senso:

¹³ L'esposizione del *power point* si è svolta durante le ore curriculari, ed è durata un'ora e mezza. La gara di traduzione, invece, ha occupato 30 minuti.

¹⁴ Il Papiro Rhind è il più importante testo di matematica egizia oggi noto. Risalente intorno al 1650 a.C., è stato compilato da uno scriba di nome Ahmes, che afferma di avere ricopiato a sua volta un testo più antico di 200 anni. Per ulteriori approfondimenti, cf. FRANCI (1979, 19 ss.) e bibliografia ivi cit.

Testo italiano

Problema su un uomo che camminava per strada

Un tale vide, camminando per la strada, altri uomini che si avvicinavano a lui, e disse loro: "avrei voluto che voi foste tanti quanti siete adesso più la metà della metà, più ancora metà della metà; allora insieme a me sareste stati 100". Dica, chi vuole, quanti uomini vide inizialmente quel tale.

Soluzione

Gli uomini che quel tale vide all'inizio erano 36, il cui doppio è 72. La metà della metà di 72 è 18, e la metà di 18 è 9. In conclusione: 72 e 18 fanno 90. Aggiungi 9 e fa 99. Aggiungi il tale che parla e avrai 100.

Formalismo moderno

Se si indica con x il numero degli uomini incontrati dall'uomo, si ottiene:

$$x + x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + 1 = 100$$

da cui:

$$2x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} = 99$$

Se si pone $x = 4$ si ottiene 11 anziché 99. Quindi dalla proporzione $11:99 = 4:x$ si ottiene:

$$x = \frac{99 \cdot 4}{11} = 36$$

Figura 1

4. Le esercitazioni in classe e a casa, la prova interdisciplinare e la costruzione del sito

La seconda fase del lavoro si è svolta unicamente nel corso delle ore di Latino. Gli studenti hanno dovuto tradurre in classe i problemi 3 e 4, a casa i problemi 40, 44 e 45. Questa volta, però, oltre che tradurre dal Latino, si è chiesto loro di utilizzare il metodo della falsa posizione per risolvere i problemi facendo ricorso ai formalismi dell'algebra contemporanea.

I problemi 3 e 4 sono stati tradotti applicando le modalità della gara già sperimentate, come si è visto, per il problema 2; per i problemi svolti a casa, invece, ci si è ispirati alle esperienze cooperative che gli studenti della V R, della V D e della V L

del Liceo “S. Cannizzaro” hanno fatto, rispettivamente, negli aa. ss. 2013-14, 2016-17 e 2017-18 (esperienze, queste, già documentate su *ClassicoContemporaneo*)¹⁵.

Le traduzioni proposte da singoli gruppi di lavoro sono state immesse su un foglio di lavoro di *Google Drive* e sono poi state discusse e perfezionate in classe dopo che si è data, agli studenti, la possibilità di intervenire in *chat* poco prima delle lezioni *in praesentia*. Per inciso, il lavoro sui brani in questione ha permesso, fra le altre cose, di anticipare ed illustrare induttivamente alcuni argomenti di morfosintassi che non erano ancora stati fino ad allora affrontati nel regolare programma di grammatica latina, come, ad esempio, il verbo *volo* e i suoi composti, i numerali e le proposizioni interrogative indirette.

Terminata la fase iniziale del percorso, è stata fissata per il 30.1.2019 una verifica scritta di natura interdisciplinare, durante la quale la classe è stata divisa in due file. La prima fila ha dovuto tradurre in italiano e in formule algebriche i problemi 7 e 36; la seconda fila ha tradotto i problemi 37 e 48. Il voto finale della verifica è stato determinato dalla media dei due voti assegnati rispettivamente dal docente di Latino e dal docente di Matematica¹⁶.

Terminato il lavoro di traduzione, si è quindi chiesto agli studenti di dividersi in gruppi e di operare, in vista della loro pubblicazione sul sito, una revisione finale dei materiali tradotti. Il lavoro, affidato alle consegne domestiche, è proceduto dalla metà di febbraio fino alla fine di aprile. Alcuni gruppi hanno rispettato le consegne con diligenza, approntando autonomamente e con scrupolo testi pressoché perfetti dal punto di vista stilistico. Altri gruppi, invece, hanno tardato a eliminare alcuni degli errori che erano stati segnalati dai docenti, che sono dovuti intervenire in prima persona sul foglio preparatorio di *Google Drive* per correggere il testo sia nella parte linguistica che in quella algebrica. Il risultato è stato quindi che, limitatamente ad alcune delle traduzioni finali, alcuni studenti hanno semplicemente preso visione delle attività di perfezionamento portate avanti dal gruppo classe e dagli insegnanti.

¹⁵ Le esperienze in questione sono documentate in LI CAUSI – V R (2014, 207 ss.); LI CAUSI (2017, 42 ss.); LI CAUSI – V L (2018, 7 ss.).

¹⁶ La griglia utilizzata per la valutazione delle traduzioni dal latino è stata la seguente: <http://bit.ly/grigialatino>. Per la correzione della sezione matematica, invece è stata usata la seguente griglia: <http://bit.ly/grigliamatematica>.

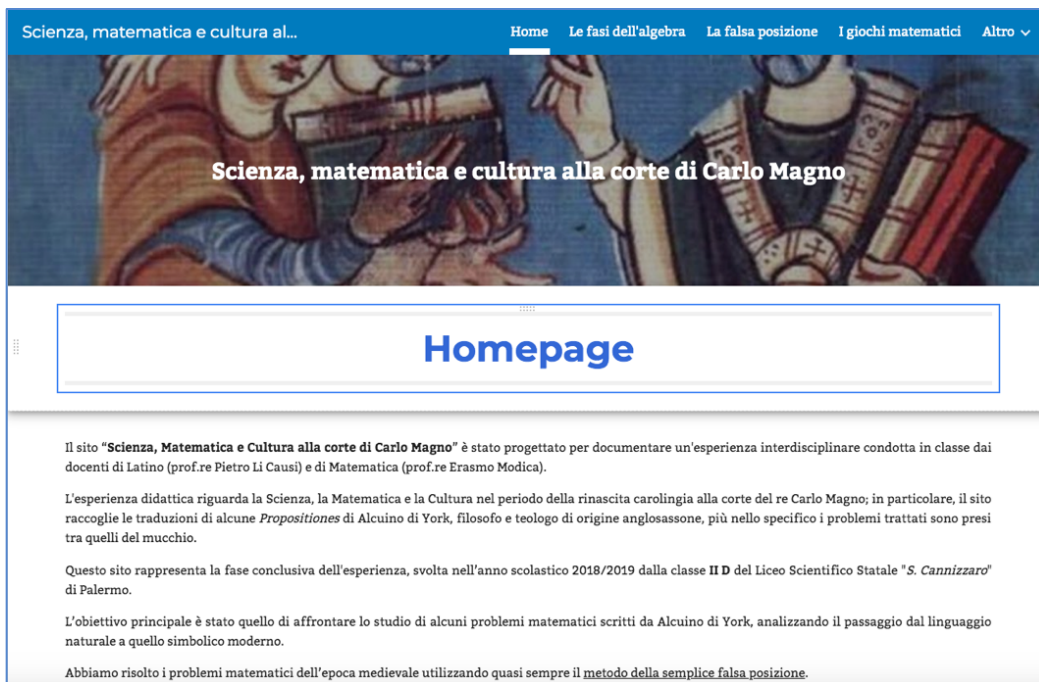


Figura 2

Terminato il lavoro di revisione, il docente di Matematica ha approntato, su *Google Sites*, una architettura di base, già dotata di *template*, della pagina *web* (cf. *supra*, Fig. 2), che è poi servita come ambiente di lavoro per gli studenti. Successivamente, il gruppo classe è stato diviso dal docente di Latino in quattro sottogruppi da quattro elementi ciascuno (escluso il quarto sottogruppo, che era formato da cinque ragazzi). Ai gruppi è stata assegnata, come compito da svolgere a casa, la stesura del testo della *home page* e delle sezioni informative del sito e, soprattutto, la messa *on line* (nella sezione denominata “Alcuino e le *Propositiones*”) dei singoli problemi del mucchio, comprensivi di traduzione italiana e resa algebrica.

Nelle prime settimane di maggio, i materiali del sito sono stati corretti dai docenti e, dopo che gli alunni hanno preso visione delle correzioni, sono stati pubblicati alla seguente pagina:

<https://sites.google.com/cannizzaro.gov.it/alcuinodiyork/home>

Alcuni dei testi tradotti sono stati poi dotati di un collegamento esterno ad una pagina di *Ugarit* creata appositamente dagli alunni stessi, al fine di rendere più agevole e interattiva l’esperienza di lettura per mezzo del *Web Alignment*. Per comprendere al meglio la natura dell’iniziativa, si consiglia a chi ci sta leggendo l’esperienza diretta che è possibile fare al seguente *link* (ma cf. anche, in assenza di connessione, la Fig. 3):

<http://www.ugarit.ialigner.com/text.php?id=26801>

Come forse già sanno i lettori di *ClassicoContemporaneo*¹⁷, *Ugarit* è un progetto cooperativo creato dall'Alexander von Humboldt-Lehrstuhl für Digital Humanities dell'Università di Lipsia. Il progetto consiste nella creazione interattiva di un *repository* di brani tratti da opere scritte nelle più svariate lingue antiche (greco, latino, copto, ebraico, e non solo). I testi vengono scelti e immessi *on line* direttamente dagli utenti, che, utilizzando un applicativo integrato al sito stesso, possono creare autonomamente testi a fronte interattivi in cui, cliccando sulle singole parole dell'originale, è possibile evidenziare i rispettivi traduttori.



Figura 3

5. Risultati ottenuti e auto-valutazione del percorso

5. 1. Latino

L'esperienza didattica in questione si è di fatto configurata come un vero e proprio volano di cambiamento all'interno del gruppo classe.

Nelle tre verifiche scritte di Latino effettuate nel corso del primo trimestre, infatti, i risultati erano stati tendenzialmente insoddisfacenti (cf. Figg. 4-6).

¹⁷ Un'esperienza didattica basata sull'uso di *Ugarit* è già stata documentata, in un numero di questa rivista, da CASERTA (2018, 43).

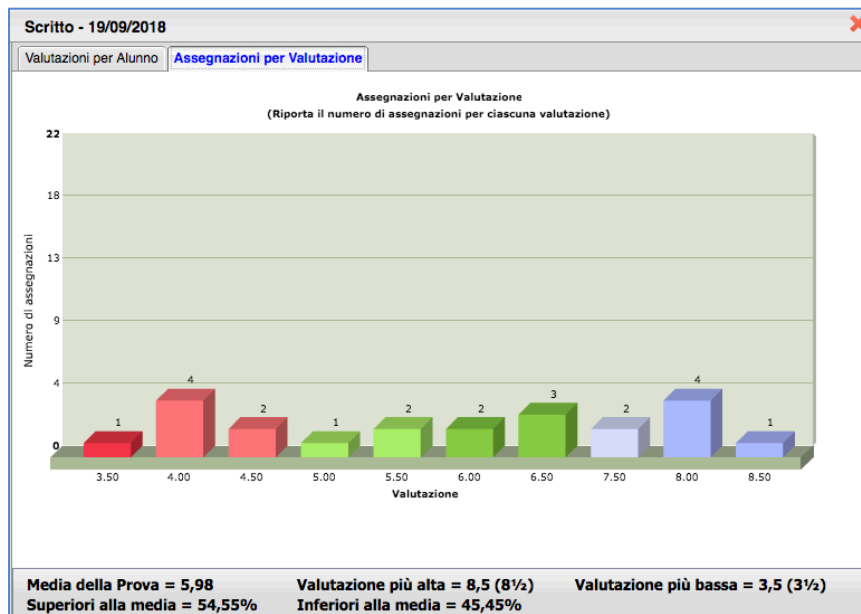


Figura 4

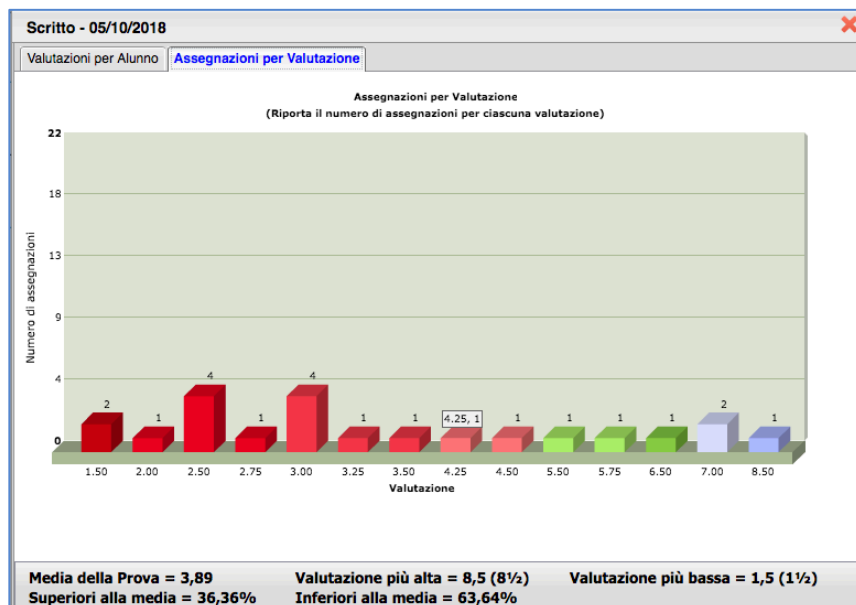


Figura 5

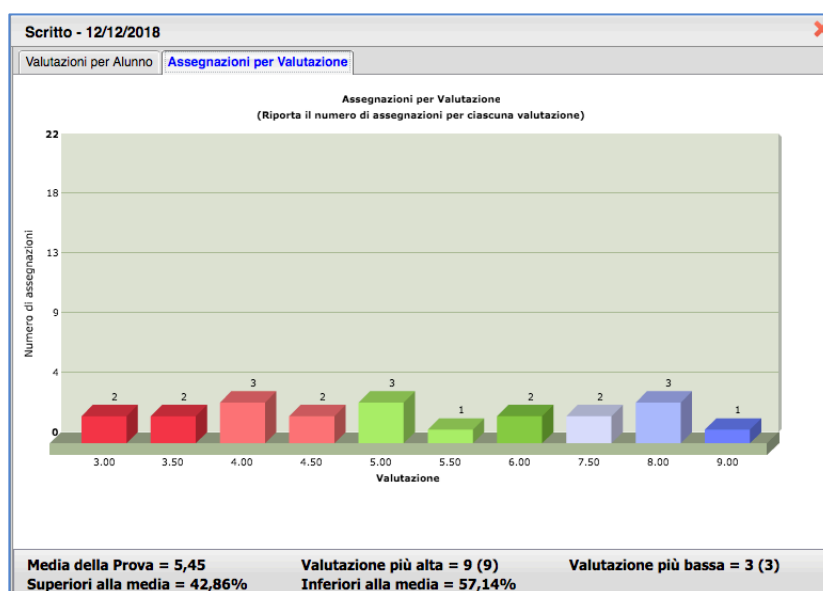


Figura 6

In tutti e tre i casi, era stata richiesta la traduzione di un brano di circa 8 righe dal latino. Solo per la prova del 19.9.2018 la media complessiva della classe si era avvicinata alla sufficienza. In quel caso, però, si era trattato di una mera verifica delle conoscenze pregresse, programmata solo al fine di saggiare la qualità del ripasso delle principali regole morfosintattiche che gli studenti avrebbero dovuto portare avanti durante le vacanze estive. Per il resto, non solo la media delle verifiche successive si è ulteriormente abbassata, ma è per giunta aumentato il numero di valutazioni di gran lunga inferiori al cinque (ben sedici per la versione di ottobre!).

Di gran lunga diverso è invece stato l'esito della prova combinata di matematica e latino, basata sui problemi del mucchio di Alcuino, in cui non si sono registrate valutazioni al di sotto del cinque, e in cui solo cinque studenti hanno conseguito voti inferiori alla sufficienza (cf. Fig. 7).

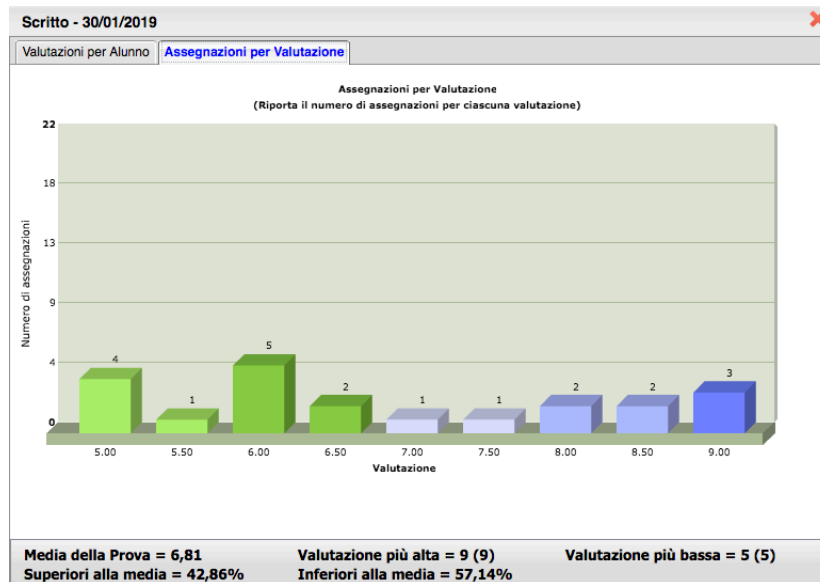


Figura 7

In fase di revisione della prova, si è chiesto agli alunni come si spiegassero un esito così soddisfacente. Stando alle risposte di molti di loro, tutti hanno apprezzato il fatto di avere messo da parte lo studio sistematico delle principali strutture linguistiche previsto per il biennio e di aver potuto leggere direttamente un autore antico, sia pure, ai loro occhi, semplice. Questa semplicità, a loro avviso, li ha aiutati.

È stato fatto loro notare che la semplicità era, per alcuni versi, solo apparente, anche perché, per tradurre i problemi di Alcuino, hanno comunque dovuto destreggiarsi con strutture linguistiche che non erano ancora loro state spiegate (il verbo *volo* e i suoi composti, le proposizioni interrogative indirette, etc.). Si è convenuto con il dire loro che effettivamente erano stati oggetto di un addestramento *ad hoc* che aveva reso loro le cose molto semplici, ma che in fondo ogni antichista e ogni storico della matematica (o della scienza) che si rispetti si addestra *ad hoc* non tanto – per così dire – ‘facendo girare a vuoto le regole della grammatica’, ma, per l’appunto, leggendo direttamente testi di autori e immergendosi nel latino ‘vivo’ delle opere che lo interessano.

La cosa li ha sorpresi e alcuni di loro si sono dichiarati sinceramente curiosi degli sviluppi della disciplina per gli anni a venire, pregustando già la lettura diretta di autori come Virgilio (e, soprattutto, sperando di mettere in soffitta l’aridità della grammatica fine a sé stessa).

Quello che potremmo chiamare ‘effetto Alcuino’, tuttavia, non si è fermato solo alla verifica del 30 gennaio 2019, perché anche la verifica successiva – ben più ardua dal punto di vista delle difficoltà linguistiche – è andata, tutto sommato, bene (anche se le uniche tre valutazioni al di sotto del 5,5 sono state di gran lunga al di sotto della sufficienza: cf. Fig. 8)¹⁸.

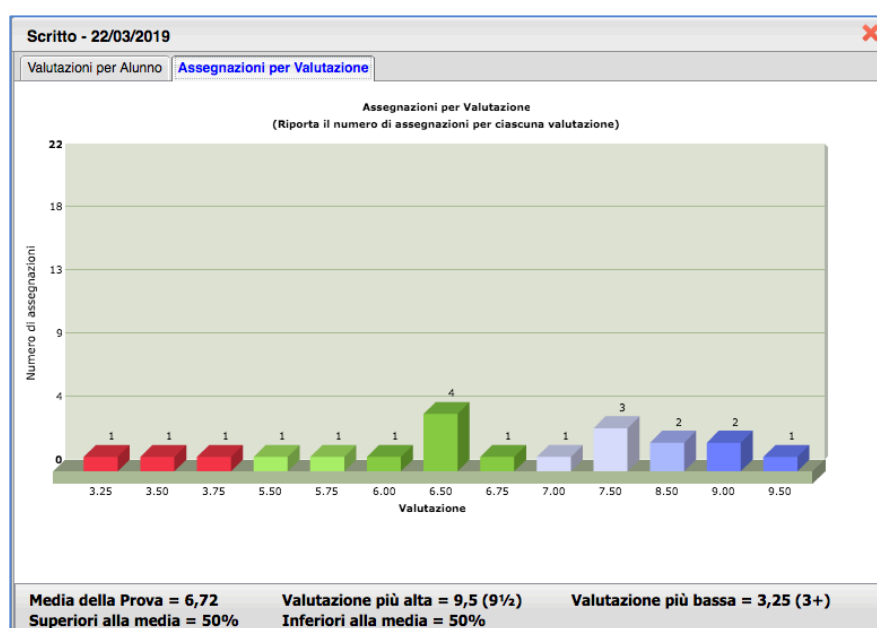


Figura 8

Quanto invece agli effetti della cooperazione, si è potuto constatare come, superata la fase iniziale delle ‘gare’, la classe ha dato l’impressione di essere maggiormente coesa e di saper lavorare in gruppo. Bisogna tuttavia rilevare che, in fase di progettazione, non sono stati pensati strumenti *ad hoc* per rilevare il grado di coesione allo stadio iniziale e allo stadio finale. Il che, forse, rappresenta uno dei limiti dell’UdA qui presentata, cui si potrebbe rimediare per una sua successiva riproposizione.

¹⁸ Quando è stata effettuata la verifica del 30 gennaio 2019 era stato da poco spiegato il *cum* narrativo. È opportuno ricordare che, a seguito del taglio operato nel 2009 dall’allora Ministro dell’Istruzione, Maria Stella Gelmini, il programma di grammatica latina, che veniva svolto in due anni all’interno del quadro orario tradizionale (4 ore settimanali per la classe prima; 5 ore settimanali per la classe seconda), viene adesso completato in tre o quattro anni (con sole tre ore settimanali per tutte le classi nell’arco del quinquennio).

5. 2. *Matematica*

Anche se erano note agli studenti le procedure risolutive dei problemi di primo grado, l'esperienza ha permesso loro di consolidare il linguaggio algebrico, lavorando consapevolmente sulla sintassi e sulla semantica dello stesso e favorendo il passaggio da un registro linguistico di tipo naturale a un registro di tipo simbolico.

L'introduzione di alcuni elementi di Storia delle Matematiche ha inoltre agevolato il processo di consolidamento del concetto di equazione, grazie a un approfondimento dinamico che sta alla base del passaggio dal pensiero proporzionale a quello algebrico.

Infatti, gli studenti che arrivano al liceo sono abituati a risolvere dei problemi di tipo diretto, ossia dei problemi in cui vengono forniti dei dati e la risoluzione è diretta conseguenza dell'applicazione di una "formula". I problemi di primo grado – o più in generale quelli algebrici – sono indiretti, in quanto sono noti soltanto alcuni elementi e una soluzione e viene richiesto agli studenti di determinare alcune quantità incognite che non si ottengono mediante la semplice applicazione di una relazione matematica. L'uso del metodo della falsa posizione ha consentito di comprendere meglio il passaggio dal problema diretto a quello indiretto.

Dall'analisi del test interdisciplinare finale (cf. Fig. 7) emerge un miglioramento delle prestazioni medie degli studenti, soprattutto in relazione alle abilità di decodifica del testo di un problema e della sua traduzione nel linguaggio simbolico. Il metodo della semplice falsa posizione è stato compreso pienamente da tutti gli studenti che, in tono scherzoso, hanno riferito di preferire al classico metodo di risoluzione delle equazioni di primo grado insegnato nel biennio dei licei.

Nelle tre verifiche scritte di Matematica effettuate nel corso del primo trimestre, i risultati si attestavano su valori medi tra la mediocrità e la sufficienza, con diversi voti insufficienti (cf. Figg. 9-11).

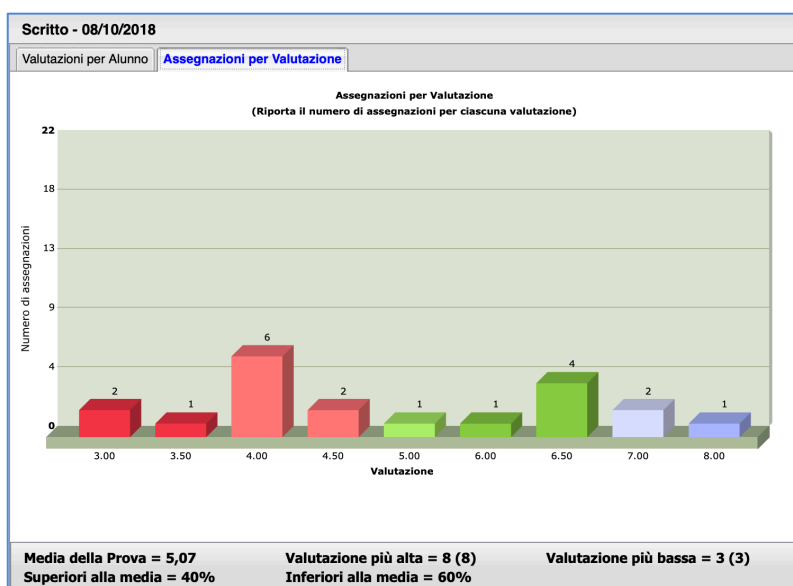


Figura 9

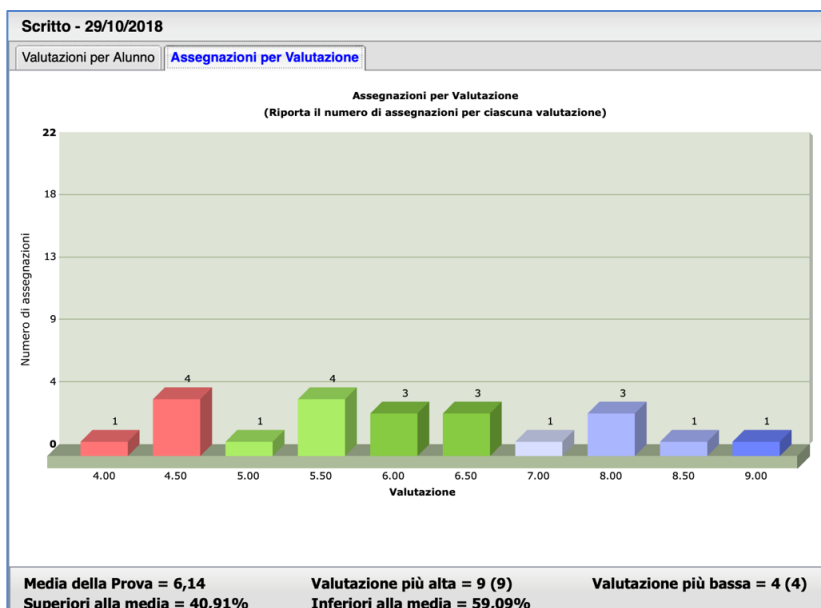


Figura 10

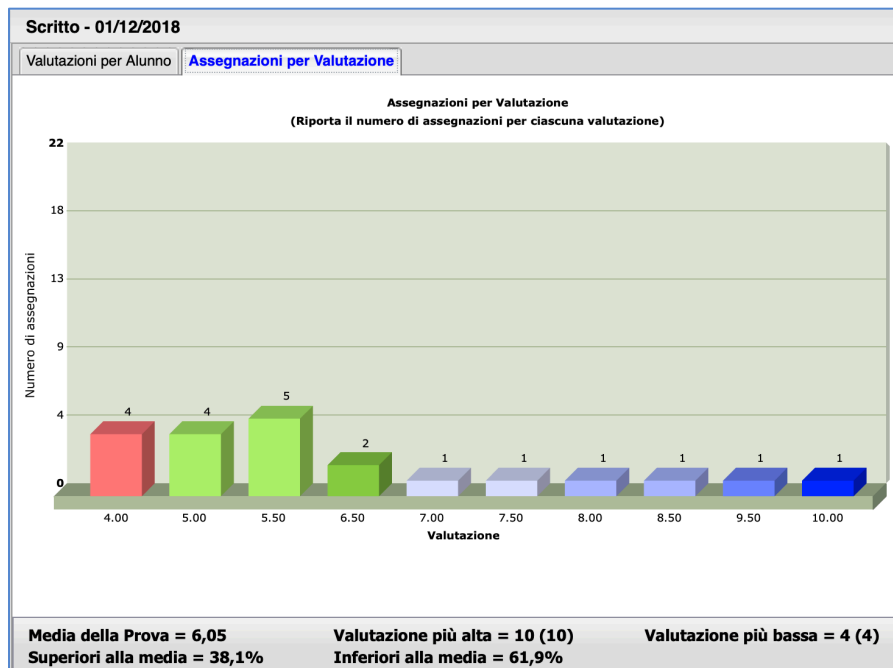


Figura 11

Nella prova di matematica e latino, si è invece registrato un aumento della media di un punto e la notevole riduzione delle valutazioni insufficienti (cf. Fig. 7). Inoltre, gli allievi che si erano fino ad allora mostrati poco motivati e da sollecitare costantemente, si sono notevolmente interessati alle attività ed è stato possibile registrare un notevole miglioramento del loro rendimento in matematica.

5.3. Valutazione delle competenze di cittadinanza

Come si è già anticipato, il lavoro di gruppo sui problemi del mucchio di Alcuino è servito per attivare e valutare, nella classe, un asse di competenze di cittadinanza. In sede di scrutinio finale, è prevista una valutazione individuale da assegnare ad ogni singolo alunno. Subito dopo la pubblicazione del sito, tuttavia, si è pensato di attribuire una valutazione collettiva alla classe sulla base degli indicatori *ad hoc* individuati in fase di progettazione dell'UdA (alla cui consultazione si rimanda)¹⁹.

Questa è la valutazione che i docenti di Matematica e Latino hanno attribuito, nel complesso, all'esperienza condotta:

1. Competenze di cittadinanza:

¹⁹ Cf. spec. pp. 14 ss: <http://bit.ly/udalcuino>.

- Comprensione dei concetti: LIVELLO 5 (gli alunni hanno mostrato una conoscenza chiara dei concetti studiati e li hanno saputi utilizzare per valutare diverse situazioni inerenti all'argomento studiato)
 - Osservare: fra LIVELLO 3 e LIVELLO 5 (gli alunni si sono mostrati capaci di identificare i dati e fare osservazioni rilevanti, anche se, in genere, sono stati guidati dai docenti)
 - Saper riflettere sui propri comportamenti: fra LIVELLO 3 e LIVELLO 5 (gli alunni si sono mostrati capaci di valutare le proprie azioni e i vincoli, ma hanno avuto bisogno della guida dei docenti per organizzare positivamente il lavoro)
 - Avere iniziativa di studio autonomo: LIVELLO 1 (gli alunni si sono mostrati tendenzialmente passivi, hanno mancato di iniziativa nella ricerca di informazioni aggiuntive)
 - Saper prevedere: LIVELLO 3 (gli allievi si sono mostrati in grado di prevedere i probabili effetti delle azioni e gli esiti delle situazioni solo quando i rapporti di causa/effetto sono risultati facilmente individuabili)
2. Competenze di cittadinanza – relazione con gli altri
- Uso di terminologia appropriata: fra LIVELLO 3 e LIVELLO 5 (gli allievi hanno mostrato di sapere usare i termini tecnici collegati ai problemi posti in modo tendenzialmente appropriato)
 - Analizzare il discorso: fra LIVELLO 3 e LIVELLO 5 (gli allievi hanno mostrato di sapere produrre testi scritti corretti e tendenzialmente efficaci)
 - Saper discutere: LIVELLO 5 (gli allievi si sono impegnati attivamente nel dibattito e si sono mostrati disponibili a cambiare punto di vista)
 - Rispettare i diversi punti di vista: fra LIVELLO 3 e LIVELLO 5 (gli alunni hanno tendenzialmente compreso le ragioni degli altri e hanno cercato soluzioni condivise; è comunque capitato che i docenti abbiano dovuto gestire in maniera creativa alcuni conflitti sorti fra alcuni di loro)
 - Partecipare: LIVELLO 3 (gli alunni hanno saputo condividere con i loro gruppi di appartenenza azioni orientate all'interesse comune, ma in fondo hanno collaborato solo dopo essere stati spronati)
 - Essere flessibili: LIVELLO 5 (gli alunni hanno saputo adeguare il proprio punto di vista adattandosi a nuovi contesti e problemi)
 - Saper motivare gli altri: LIVELLO 3 (gli alunni si sono incoraggiati fra loro e, nel complesso, hanno adottato atteggiamenti positivi)
 - Assumere responsabilità: fra LIVELLO 3 e LIVELLO 5 (gli alunni si sono assunti pienamente le loro responsabilità, ma limitatamente ad alcuni gruppi)

- Prendere decisioni: LIVELLO 3 (gli allievi hanno tentato di prendere decisioni, ma di fatto sono stati guidati, in ogni fase del percorso, dai loro docenti)
3. Competenze di cittadinanza – rapporto con la realtà
- Costruire ipotesi: LIVELLO 3 (gli alunni hanno avuto bisogno di *input* esterni per costruire nuove idee e utilizzare variabili)
 - Riconoscere ragionamenti errati: LIVELLO 5 (gli alunni sono stati capaci di distinguere i dati errati su specifici aspetti problematici).

6. *Alcuino nell'età della frammentazione: qualche riflessione sparsa*

Più volte, per i numeri di questa rivista, si è riflettuto da parte nostra sull'efficacia delle pratiche di traduzione cooperativa²⁰.

A tale proposito, sentiamo il bisogno di fare, in chiusura, alcune precisazioni e alcune ulteriori riflessioni in ordine sparso.

L'UdA da noi proposta – così come le esperienze di traduzione cooperativa svolta nelle classi quinte del 'Cannizzaro' di cui si è parlato in altri numeri di questa rivista – non ha inteso sostituire le attività tradizionali per il biennio e il triennio. Nello specifico, se da un lato è servita per approfondire alcuni contenuti del programma di Matematica, dall'altro ha semplicemente permesso, in Latino, alcuni sfondamenti in avanti e alcuni spunti di approfondimento culturale sul versante della storia delle idee, della scienza e della matematica.

Il fatto di avere impiegato tecnologie digitali per aver raggiunto il nostro scopo, tuttavia, deve essere preso semplicemente per quello che è, ovvero per la scelta di un *mero strumento* fra i tanti possibili; uno strumento che ha certo avuto un suo impatto, ma che in fondo si è rivelato pur sempre funzionale agli scopi didattici ed educativi che ci eravamo prefissati, e non il contrario. Come osserva Gino Roncaglia, nell'ambito del dibattito che infuria ormai da anni sulle tecnologie dell'educazione, in fondo, ci si è concentrati «più sui *dispositivi* tecnologici da fornire a studenti e insegnanti che sui *contenuti* che tali dispositivi dovrebbero ospitare»²¹.

Ebbene, dal nostro punto di vista, uno strumento può sì cambiare le pratiche della nostra quotidianità, ma molto difficilmente modifica in modo significativo le finalità che vi stanno alla base. Del resto, una didattica trasmissiva e autoritaria può rimanere tale anche se si avvale degli ultimi ritrovati della tecnologia, e, *mutatis mutandis*, la trasmissione frontale di certi saperi e di certe competenze può anche

²⁰ Cf. LI CAUSI – V R (2014, 207 ss.); LI CAUSI (2017, 42 ss.); LI CAUSI – V L (2018, 7 ss.).

²¹ Cf. RONCAGLIA (2018, Introduzione, pos. 64 Kindle).

esercitare – in alcuni casi – una funzione ben più democratica di certi impacchettamenti pre-confezionati e sterili di *learning object* solo superficialmente interattivi.

Dal nostro punto di vista, la rete e i dispositivi digitali sono strumenti interessanti da usare non tanto quando si tratta di ‘consumare’ dal basso oggetti di insegnamento imposti da enti terzi (grandi gruppi editoriali, *big companies*, consorzi, enti di formazione privati, etc.), quanto al fine di auto-produrre attivamente materiali che anche altri utenti (insegnanti, studenti, studiosi o semplici curiosi) possono usare con profitto colmando, possibilmente, lacune del *cyberspazio*.

Riteniamo, tuttavia, che, per essere efficace, l’autoproduzione debba essere limitata a singoli percorsi controllabili e gestibili all’interno delle ore curricolari o, quanto meno, nel corso di un anno scolastico da un gruppo classe. Né in questo caso, né nei casi che lo hanno preceduto (quelli, per intenderci, della V R, della V D e della V L), si è mai pensato, del resto, di autoprodurre qualcosa di simile ad un manuale; cosa, questa, che avrebbe richiesto uno sforzo immane in termini di risorse umane e di livelli di professionalità sul versante editoriale, sul versante della validazione scientifica e – ultimo ma non ultimo – sul versante della remunerazione della forza lavoro. In altri termini, la produzione di un manuale degno di questo nome – ovvero di uno strumento che aiuti il suo fruitore a organizzare in maniera coerente nuclei di sapere che altrimenti rischiano di rimanere sparsi e slegati – richiederebbe uno sforzo che non crediamo che alcuna scuola possa sostenere in maniera efficace (a meno che, ovviamente, non voglia cambiare radicalmente il suo stesso statuto)²².

Sempre riallacciandoci a Roncaglia, un altro problema su cui riflettere è senza dubbio quello legato allo statuto dei materiali che sono attualmente disponibili su Internet. Diversamente da quanto sostenuto da altri esperti di *web literacy*²³, secondo Roncaglia, lo stato di frammentazione in cui versano i saperi veicolati sulla rete non è in sé e per sé costitutivo delle nuove tecnologie digitali che li supportano e della loro intima ‘granularità’; si tratterebbe piuttosto di un semplice ‘stadio evolutivo’ che stiamo attraversando e da cui prima o poi usciremo²⁴. In altri termini, il fatto che oggi la rete sia dominata da un pulviscolo di contenuti brevi, semplici e infinitesimalmente spezzettabili, spacchettabili e riproducibili non sarebbe una conseguenza della natura della rete stessa, bensì un accidente transitorio.

²² In merito, rimandiamo alle riflessioni di RONCAGLIA (2018, capp. 10 e 16-21), di cui – ad esempio – condividiamo le perplessità sull’operazione *Book in Progress*, lanciata diversi anni fa da un istituto scolastico di Brindisi.

²³ Si pensi, ad esempio, alle posizioni ‘apocalittiche’ di CASATI (2013), che vede nella diffusione di *smartphone* e altri dispositivi elettronici (Kindle Reader compreso) una minaccia alla cultura dell’approfondimento, della concentrazione e della riflessività. Ma cf. anche l’approccio estremamente critico sulle *DH* di ALLINGTON – BROUILLETTE – GOLUMBIA (2016).

²⁴ Cf. spec. RONCAGLIA (2018, cap. 7). Per ‘granularità’ qui si intende la infinitesima scomponibilità di contenuti digitali basati su logiche binarie.

Per rimediare a quella che chiama ‘età della frammentazione’, e per portare la rete a livelli crescenti di complessità, secondo Roncaglia, bisognerebbe semplicemente cominciare a lavorare alla costruzione di materiali digitali sempre più complessi e sofisticati che possano, anche, interagire con gli strumenti – già di per sé complessi e ‘profondi’ – della tradizione.

È in fondo in questo spirito che le nostre attività didattiche hanno inteso muoversi, ovvero utilizzando la rete come strumento di lavoro (un lavoro quasi da *bricoleur*) sui contenuti di un sapere che deve continuare ad essere compreso, trasmesso, mediato e reso fruibile sia pure all’interno di un nuovo ambiente. In questo senso, tuttavia, siamo consapevoli che la nostra operazione ha avuto un limite. Nel proporre un percorso su Alcuino, noi stessi ci siamo ritrovati a ‘spacchettare’ il corpo di un suo testo e a fornirne, agli utenti della rete, una singola porzione. Come si è visto, infatti, abbiamo tradotto solo un gruppo di problemi, consapevoli che, se avessimo scelto di lavorare sull’intera raccolta, o non avremmo terminato l’impresa o avremmo finito per trascurare parti fondamentali di programma scolastico. La stessa cosa è accaduta, in fondo, con le altre esperienze svolte in passato con la V R, la V D e la V L: nel primo caso gli alunni hanno tradotto solo uno dei sette libri del *De beneficiis* di Seneca, e negli ultimi due casi hanno tradotto (e la V L anche commentato) solo due delle 124 epistole dello stesso autore. Si è cioè contribuito, in altri termini, a generare ulteriori granelli di quello che è il grande pulviscolo che domina il *web*, quando invece, per una trasmissione dei saperi degna di questo nome, ci sarebbe forse bisogno di progetti ben più articolati, di cooperazioni non solo di studenti, ma di reti di scuole (e di università).

Ad esempio, perché non pensare, per l’epistolario senecano (di cui non esiste un commento integrale in alcuna lingua moderna), a realizzare con fondi pubblici un grande portale che doti il testo originale latino di commenti scientifici sempre aperti e di continui aggiornamenti bibliografici? Perché non creare *corpora* di testi di storia della scienza antica tradotti e illustrati agli utenti a tutti i livelli?

La rete, poi, è piena dei pdf dei grandi trattati della scienza moderna. Come però mi faceva notare tempo fa l’amico Giuseppe Dilillo, un collega che insegna al Liceo Scientifico “G. Galilei” di Potenza, se cerchiamo Gauß o Keplero sui motori di ricerca, ci imbattiamo con estrema facilità nelle loro opere, ma di fatto abbiamo quasi completamente perduto la capacità di leggerle e di comprenderle. Perché dunque non incoraggiare e implementare dall’alto quei progetti didattici che si dedicano alle opere di mediazione e di spiegazione di questi testi? Perché non creare programmi statali che rendano certe esperienze cooperative sistematiche e non episodiche? La risposta, ovviamente, è semplice: perché ci sarebbe bisogno di risorse economiche e organizzative (oltre che di una seria progettualità politica); e ci sarebbe poi bisogno, ovviamente, della costruzione di reti fra scuole e università in cui informatici, studiosi,

docenti e studenti collaborino fra loro, in maniera virtuosa. Il punto è però che abbiamo il sospetto che da parte dei legislatori che hanno creato il Piano Nazionale per la Scuola Digitale si è pensato forse più a incoraggiare forme di autoproduzione al risparmio che hanno finito per realizzare discutibili alternative ai libri di testo, o anche a celebrare le magnifiche sorti e progressive dei nuovi strumenti digitali piuttosto che a organizzare e a dislocare nei nuovi *habitat* i saperi che di questi strumenti avrebbero potuto proficuamente avvalersi.

Al di là del non entusiasmante stato dell'arte, comunque, c'è pur sempre qualcosa che è possibile fare. Fin quando lo scenario non sarà cambiato, al fine di contribuire ad aumentare i livelli di complessità dei materiali esistenti sulla rete, ad esempio, basta procedere per addizione anziché per aggregazione organica: nel caso di Alcuino, ad esempio, si potrebbe pensare di fare tradurre, nei prossimi anni scolastici, altri gruppi di problemi ad altre classi seconde, che potrebbero poi provvedere a pubblicare il frutto del loro lavoro aggregandolo al sito già esistente costruito dalla II D, così come altre classi quinte potrebbero pensare di tradurre e commentare altre epistole di Seneca, da associare a quelle già curate dalla V D e dalla V L, e così via.

E in fondo, non è detto che l'età della frammentazione non finisca, prima o poi.

Riferimenti bibliografici

ALLINGTON – BROUILLETTE – GOLUMBIA 2016:

D. Allington, S. Brouillette, D. Golumbia, *Neoliberal Tools (and Archives): A Political History of Digital Humanities*, in «Los Angeles Review of Books» May 1:

<http://bit.ly/neoliberaltools>

BOYER 1990

C.B. Boyer, *Storia della matematica*, Milano.

CASATI 2013

R. Casati, *Contro il colonialismo digitale. Istruzioni per continuare a leggere*, Roma – Bari.

CASERTA 2018

C. Caserta, *Quattro lezioni su Saffo*, in «ClassicoContemporaneo» 4, 37-51.

D'AMORE – SBARAGLI 1028:

B. D'Amore, S. Sbaragli, *La matematica e la sua storia. II. Dal tramonto greco al Medioevo*, Bari.

FRANCI 2005:

R. Franci (a cura di), Alcuino di York, *Giochi matematici alla corte di Carlomagno. Problemi per rendere acuta la mente dei giovani*, Pisa.

FRANCI – TOTI RIGATELLI 1979:

R. Franci, L. Toti Rigatelli, *Storia della teoria delle equazioni algebriche*, Milano.

KLINE 1991:

M. Kline, *Storia del pensiero matematico. I. Dall'antichità al Settecento*, Torino

LI CAUSI 2017:

P. Li Causi, *Il progetto "Oikeiosis": traduzione cooperativa e marcatura websemantica dell'Epistula ad Lucilium 121*, in «ClassicoContemporaneo» 3, 42-58:

<http://bit.ly/progettooikeiosis>.

LI CAUSI – V R 2014:

P. Li Causi e gli Studenti della V R del Liceo Scientifico "S. Cannizzaro" – a. s. 2013-14, *Il De beneficiis di Seneca e la VR. Cronaca di un progetto didattico*, in «ClassicoContemporaneo» 0, 207-220:

<http://bit.ly/debeneficiis>.

LI CAUSI – V L 2018:

P. Li Causi e gli Studenti della V L del Liceo Scientifico “S. Cannizzaro” – a. s. 2017-18 (a cura di), Seneca, *Epistula ad Lucilium* 124, Biblioteca di ClassicoContemporaneo, Palermo:

<http://bit.ly/epistuladlucilium>.

LUPERINI 1998:

R. Luperini, *Il professore come intellettuale. La riforma della scuola e l'insegnamento della letteratura*, Milano – Lecce.

MORETTI 2013:

F. Moretti, *Distant Reading*, London – New York.

RONCAGLIA 2018:

G. Roncaglia, *L'età della frammentazione: cultura del libro e scuola digitale*, Roma – Bari.